한국지진공학회 논문집 19권 3호 (통권 제103호)
2015년 5월

ISSN 1226-525X / eISSN 2234-1099
EESK J Earthquake Eng Vol. 19 No. 3, 103-108
http://dx.doi.org/10.5000/EESK.2015.19.3.103

TDD 기법을 이용한 적층식 석탑의 동특성 추출

Extracting Modal Parameters of a Layered Stone Pagoda Using TDD Technique

김병화[1] · 문대중[2] · 이도형[3]*

Kim, Byeong Hwa[1] · Moon, Dae Joong[2] · Lee, Do Hyung[3]*

[1]경남대학교 토목공학과, [2]㈜이제이텍, [3]배재대학교 건설환경철도공학과
[1]Kyungnam University, Dept. of Civil Eng., [2]EJtech Co. Ltd., [3]Paichai University, Dept. of Civil, Environmental and Railroad Eng.

/ ABSTRACT /

This work introduces a modal testing and analysis results of the mock-up for a layered stone pagoda. The pagoda has been horizontally excited by an impact hammer. As to the measured acceleration time responses, the first five lower mode shapes and natural frequency are extracted by the TDD technique. It is observed that the time delay of a shear wave occurs through friction surfaces. Such phenomena cannot be described by using the traditional analytical models such as a continuum cantilever beam model or a discrete shear building model. However, the time delay typically affects only the phases of the pagoda system. The frequencies of the pagoda system are not affected by such time delay. It is found in the first time that the layered stone pagoda system has a set of closely placed modes in near of natural frequency. It is believed that such modes are due to the friction characteristics in friction surfaces. Based on the stick-slip friction model, it seems that the one of the closely placed mode can be a self-excited one.

Key words: Stone pagoda, Mode shape, Modal parameters, Time delay, Stick-slip model

1. 서 론

국내 석조문화재에 대한 연구는 주로 인문·사회학적 측면에서 이루어졌으며, 최근 들어 공학적 측면에서의 접근이 시도되고 있다. 석조문화재의 구조공학 측면에서의 초기 연구는 주로 석 구조물의 거동특성 파악[1] 및 구조해석 모델을 구축하여 진동수기반 안전진단에 활용하는 시도가 다수이다[2-5].

석탑 문화재의 구조형식은 연대별로 다양하지만, 공통적으로 적층식 불연속면을 갖고 있다. 석탑 내부 적심의 형식뿐 만 아니라, 층간 불연속 면의 상재하중과 돌기 전단특성에 따라서 복잡한 구조거동 양상을 보인다[1,6]. 적층식 석탑의 해석모델은 연속체로서 캔틸레버 보로 수치 모델링 하거나 전단 빌딩으로 종종 모델링 되었다. 그러나, 현재까지 해석 모델의 적합성 및 정확도는 검증되지 못하였다. 복잡계인 석탑의 구조 거동 모드는 다양하기 때문에, 고유진동수뿐 만 아니라 고유모드 형상을 계측하여 확인하여야 한다. 그러나, 국내 대부분의 구조공학적 석탑 문화재 연구에서는 실측 모드 형상의 계측 확인 없이, 실측 고유진동수 만 일치되는 해석모델을 활용하였다[1,4,5,7]. 이는 동특성 추출 실험방법과 분석방법이 다소 전문적이며, 그 필요성이 많이 알려지지 못했기 때문이다.

본 연구에서는 석탑에 대한 모드형상을 최초로 추출하여 석탑의 거동 특성을 파악하고 기존 해석모델들의 적합성을 점검하고자 한다. 석탑의 동특성 추출 실험을 위하여 경주 나원리 5층 석탑에 대한 모형이 제작되었으며, 고유진동수 및 모드형상 추출을 위하여 TDD (Time Domain Decomposition) 기법이 적용 되었다.

2. TDD 기법

2.1 공간 변수의 추출

TDD기법은 Kim 등[8]에 의해서 소개되었다. TDD기법의 기본 원리는 공간변수와 시간변수를 분리하여 생각하는 변수분리의 원리를 기초로 하고 있다. 여기서, 공간변수는 모드형상을 말하고, 시간변수는 고유진동수와 감쇠비 등을 말한다.

상시 진동 실험으로부터 계측된 p개의 다자유도 가속도 시간응답 N샘

*Corresponding author: Lee, Do Hyung
E-mail: dohlee@pcu.ac.kr
(Received February 24, 2015; Revised March 19, 2015; Accepted March 20, 2015)

플로부터 i번째 모드형상의 추출은 다음과 같은 다섯 단계를 통하여 획득된다.

첫째, 계측된 다자유도 가속도 신호의 스펙트럼(spectrum)을 검사하여, 몇 개의 모드가 가진 되었는지를 알아낸다. 만약 n개의 모드가 가진 되었다면, 가진된 모드가 포함된 n개의 주파수 범위를 대략적으로 결정한다. 둘째, 결정된 n개의 대략적 주파수범위에 대하여 각 주파수범위만을 걸러낼 수 있는 n개의 디지털 밴드 패스 필터(digital band pass filter)들을 설계한다. 셋째, $p \times N$ 계측된 다자유도 가속도 신호 행렬을 설계된 디지털 필터들에 각각 통과시켜서 n개의 필터링된 단자유도 가속도 신호 $\boldsymbol{Y_i}$ (i=1,⋯,n)를 산정한다. 넷째, i번째 모드에 대해서 산정된 $\boldsymbol{Y_i}$ 을 다음 식(1)에 대입하여서 i번째 응답 에너지 상관관계 행렬 $\boldsymbol{E_i}$ 를 산정한다.

$$\boldsymbol{E_i} = \boldsymbol{Y_i}\,\boldsymbol{Y_i^T} \tag{1}$$

다섯째, 산정된 $\boldsymbol{E_i}$ 을 다음 식과 같이 특이치 분해과정 SVD (singular value decomposition)를 통해서, $p \times N$ 특이 벡터행렬 $\boldsymbol{U}$ 을 산정한다.

$$\boldsymbol{E_i} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{U}^{\boldsymbol{T}} \tag{2}$$

그러면, $\boldsymbol{U}$의 첫 번째 열 벡터가 얻고자 하는 i번째 모드형상 $\boldsymbol{\phi_i}$가 된다.

상기 다섯 단계들에 따른 모드형상 추출기법을 TDD(time domain decomposition)이라 하며, TDD방법의 장점은 다음과 같이 두 가지이다. 첫째, 식 (2)을 살펴보면, 수치 계산 량이 많은 특이치 분해과정은 단지 $p \times p$ 행렬 에 대해서 만 수행하면 된다. 즉, 계측 시간 샘플의 수 에 비례하지 않기 때문에 실시간 처리가 가능하다. 반면, 기존의 ERADC기법[9]이나 FDD기법[10]의 요구되는 특이치 분해과정은 센서의 수뿐만 아니라, 계측 시간 샘플, 그리고 잡음제거를 위해서 도입한 상관관계 시간지연의 수 (correlation time lag)에 비례한다. 그러므로 센서의 수가 증가함에 따라서, 기존 방법들이 필요한 수치 계산 량은 기하급수적으로 늘어나기 때문에 실시간 처리가 현실적으로 불가능하다. 둘째, TDD방법은 디지털 밴드 패스 필터를 이용하여서 단자유도 신호를 얻는 특성이 있다. 그러한 필터링 과정은, 간단히 소프트웨어적으로 구현 할 수 있기 때문에 전산 자동화가 용이하다. 반면, 기존의 방법들은 RD함수나 역퓨리에 변환을 이용하기 때문에, 사용자에게 고난이도의 자료처리 능력을 요구하며, 전산 자동화가 용이치 않다.

TDD기법으로 추출된 i번째 모드형상 $\boldsymbol{\phi_i}$을 이용하여 i번째 모드를 대표하는 가속도 상호상관함수(cross correlation function vector) $\ddot{\boldsymbol{c}}_{\boldsymbol{i}}(k)$ 는 다음 식으로부터 산정할 수 있다.

$$\ddot{\boldsymbol{c}}_{\boldsymbol{i}}(k) = \frac{\boldsymbol{\phi_i^T}}{\boldsymbol{\phi_i^T}\boldsymbol{\phi_i}}\boldsymbol{y}(k) \tag{3}$$

여기서, $p \times 1$ 벡터 $y(k)$ 는 k번째 계측 가속도 행렬 샘플을 나타낸다. 상기 상호상관함수 벡터는 i번째 모드만 필터링된 단자유도 시간응답이기 때문에 식 (4)와 같이 i번째 모드를 갖는 자유진동 함수와 동일한 형태이다[11].

$$\ddot{\boldsymbol{c}}_{\boldsymbol{i}}(t) = Ae^{-\xi\omega t}\cos(\omega_d t - \theta) \tag{4}$$

여기서 A, ω, ξ, $\omega_d = \omega\sqrt{1-\xi^2}$ 및 θ은 각각 진폭, 고유진동수, 감쇠비, 감쇠고유진동수 그리고 이동각(translation angle)이다. 인식해야 할 변수들은 고유진동수, 감쇠비, 진폭 및 이동각이며. 시스템 인식 기법(SI: system identification)을 적용하여 고유진동수 및 감쇠비를 추출한다. SI 기법은 역해석의 일종으로서 계측치와 시뮬레이션치가 같도록 하는 시뮬레이션 시스템의 변수들을 최적화하는 방법이다. Kim 등[12]이 제시한 민감도 기반 SI기법을 적용하면 효율적이고 정확한 i번째 고유진동수 ω_i, 및 감쇠비 ξ_i 의 추출이 가능하다.

3. 석탑의 동특성 추출

3.1 실험 개요

석탑의 동특성 추출을 위하여, 국보 제39호 경북 경주시 현곡면 나원리에 소재한 5층 석탑이 고려되었다. 나원리 5층 석탑은 통일신라 시대인 8세기 초에 건립되었으며, 1996년 해체 후 복원되었다. 본 연구의 진동실험을 위하여 나원리 5층 석탑의 1/6.3 배 축소 모형이 Fig. 1과 같이 제작되었다. 기단부 적심석은 주먹크기의 자갈로 채웠으며, 자갈 사이의 공극을 표준사를 이용하여 매웠다. 3층, 4층 그리고 5층 옥개석은 통석으로 제작되었으며, 2층 및 1층은 옥개석과 옥신이 분리되어 제작되었다. 2층, 3층, 4층, 5층 옥

Fig. 1. Mock-up of Nawon-ri Five Story Stone Pagoda

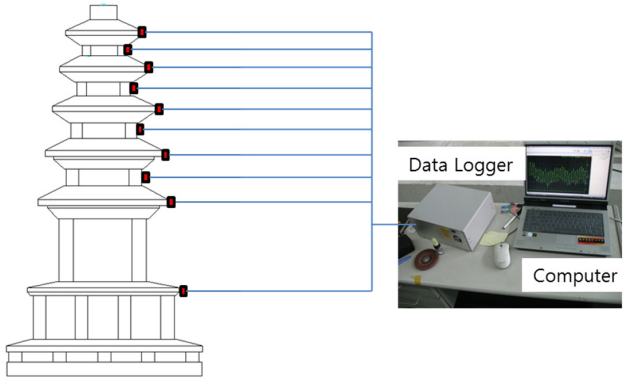

Fig. 2. Test Setup of Modal Testing

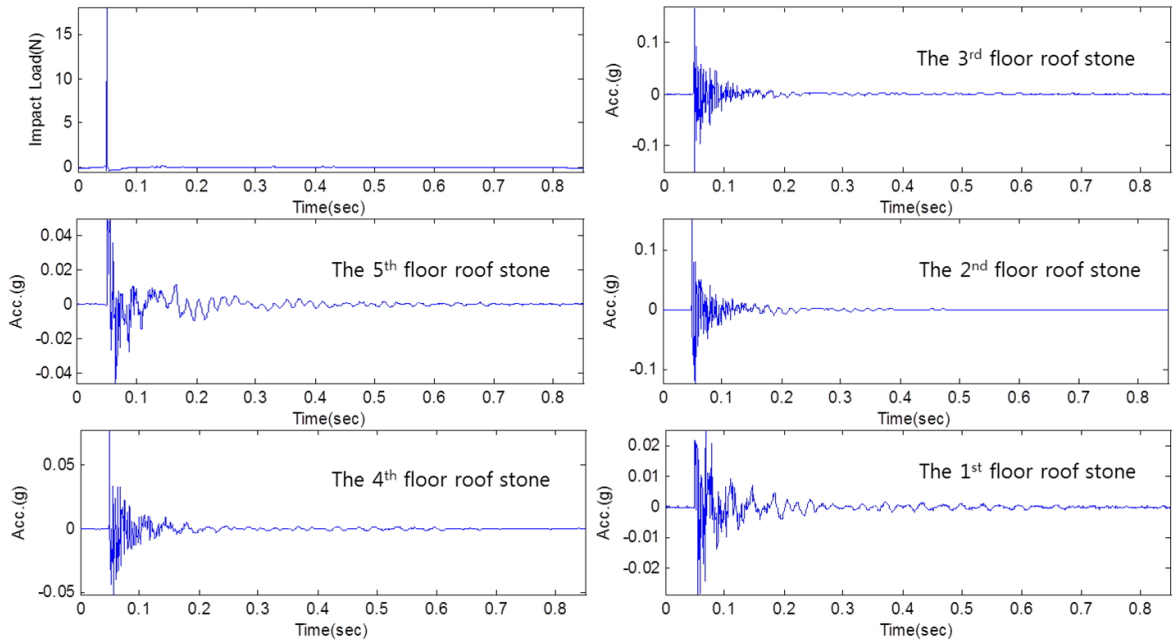

Fig. 3. Exciting Signals and Acceleration Responses Signals

신 및 상륜부는 통석으로 제작되었다.

석탑의 3층 옥개석에 대한 수평 가진은 PCBI사 모델 B086C04 충격망치를 이용하여 수행되었다. 가속도계는 Silicon Design사 모델 No. 2210이 사용되었다. 가속도계의 설치위치는 Fig. 2와 같이 총 10개가 수평으로 설치되었다. 데이터의 수집은 뉴컨스텍사의 RDAS 프로그램을 이용하였으며, 수집 데이터의 샘플링은 2000 Hz로 수행 되었다.

3.2 응답신호의 시간지연

3층 옥개석을 충격망치로 수평 가진 했을 때, 가진 신호와 옥개석의 수평 가속도 응답신호가 Fig. 3에 보인다. 각각의 센서에서 총 94,973개의 데이터가 샘플링 되었다. Fig. 4는 3층 옥개석의 충격 응답 신호 초기부분을 확대한 것이다. 4층과 2층 옥개석의 가속도 응답은 3층 옥개석 가속도 응답 보다 0.0005 sec 지연되었다. 5층과 1층 옥개석의 가속도 응답은 0.0015 sec 지연 되는 것이 관찰된다. 이와 같은 응답 신호의 지연은 마찰면의 특성에 때문인 것으로 판단된다. 충격망치에 의해 가진된 전단파가 옥개석과 옥신 사이의 마찰면을 통과 할 때, 마찰면의 돌기를 통해서 전달된다. 그런데, 마찰면 돌기의 면적은 마찰면 전체 면적보다 매우 작으므로 전단파의 진행이 지연되는 것으로 판단 된다. 3층 옥개석에 수평으로 가해된 전단파는 우선 4층 옥개석과 2층 옥개석으로 전달 된다. 3층 옥개석 가속도계와 4층 옥개석 가속도 사이의 거리는 0.173 m 이고, 마찰면은 4층 옥신 상하 양면이다. 그리고 3층 옥개석 가속도계와 2층 옥개석 가속도계 사이의 거리는 0.1875 m 이고, 마찰면은 3층 옥신 상하 양면이다. 시간 샘플링이 0.0005 sec 단위로 계측되었으므로, 단위 시간 해상도에서 동일 시간으로 도달된 것으로 보인다. 그러므로 3층 옥개석 가속도계에서 4층 및 2층 가속도계까지의 평균 전단파 속도는 360 m/s 정도 이며, 이는 암석의 평균 전단파 속도의 1/10 수준이다. 또한, 3층 옥개석 가속도계와 5층 옥개석 가속도계 사이의 마찰면

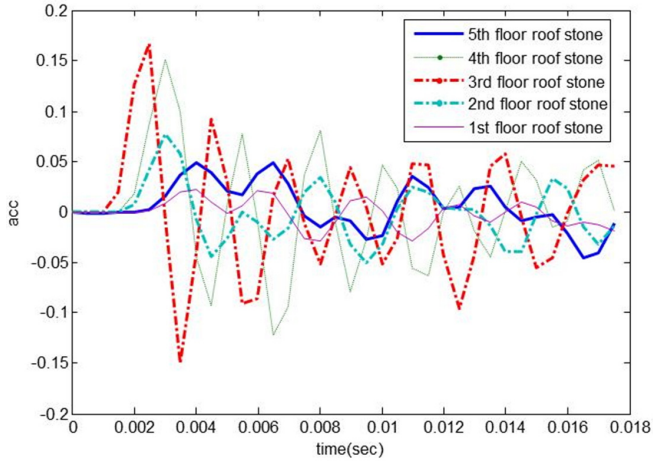

Fig. 4. Details of Arrived Acceleration Responses

은 총 5면이며 거리는 0.343 m이다. 3층 옥개석 가속도계와 1층 옥개석 가속도계 사의의 마찰면도 총 5면이고 거리는 0.3695 m 이다. 참고로 3층 옥개석 가속도계에서 5층 및 1층 옥개석 가속도계까지의 평균 전단파 속도는 237.5 m/s 이다. 여기서, 전단파의 마찰면 통과 속도는 층별, 거리별, 마찰면 수별로 일정하지 않은 것으로 보인다. 일반적인 선형 시스템의 경우에 응답시간 지연은 시스템 주파수의 크기에는 영향을 미지지 않고, 시스템의 위상각에만 영향을 준다. 그러므로 석탑 응답신호의 시간 지연은 동적 선형 수치 모델링에 문제가 되지는 않는다.

3.3 모드형상의 추출

Fig. 5는 가속도 응답 신호들의 스펙트럼(spectrum)을 보여준다. 여기서, 충격망치로 가진된 모드는 100 Hz 이하로 확인되어서, 0 Hz부터 100

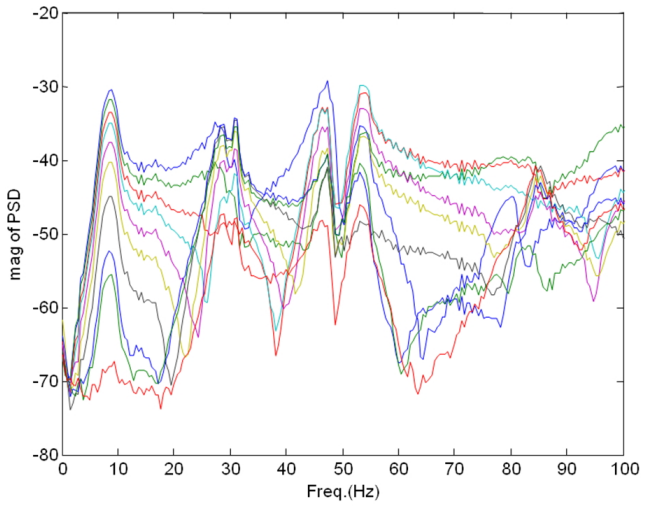

Fig. 5. Spectrum of Measured Acceleration Responses

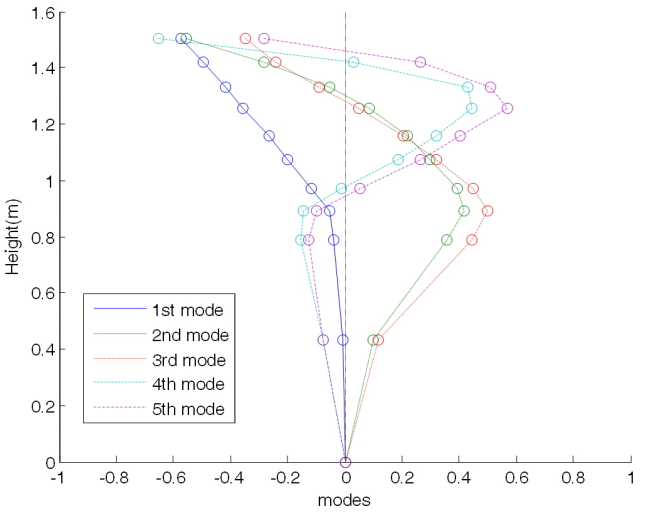

Fig. 6. Extracted Mode Shapes

Hz구간의 스펙트럼을 확대한 것이다. 스펙트럼의 윈도우(window)는 Hanning 윈도우를 사용하였으며, 데이터 분석시 중첩 데이터 세트의 개수(NFFT)는 4096로 설정 하였다. 가속도 스펙트럼의 주파수 해상도는 0.48883 Hz이다. 첫 번째 첨두가 8 Hz 근처에서 나타나고 1차 고유진동수로 보인다. 그런데, 30 Hz 근처에서 두 개의 첨두가 매우 근접해서 존재한다. 또한, 유사하게 50 Hz 인근에서도 근접 모드가 하나의 쌍으로 보인다.

근접 모드들의 거동 특성을 판정하고, 확정하기 위해서는 무엇보다 모드형상을 추출하여 살펴보아야 한다. 왜냐하면, 모드형상은 각각의 모달하중에 대한 처짐 응답형상이기 때문이다. 응답신호가 충격신호에 대한 가속도 응답이기 때문에 자유진동 신호를 추출하기 위하여 신호들 사이의 상호상관을 구하여야 한다. 가속도 상호상관의 기준점은 상대 갑석에 설치된 가속도 신호를 기준으로 이용하였다. TDD 기법을 이용한 모드형상의 추출은, 우선, 디지털 밴드패스 필터를 이용하여 계측된 다자유도 응답신호를 다수의 단자유도 응답신호들 변환하여야 한다. Fig. 5로부터 1차모드는 5~14 Hz에 위치하고, 2차 및 3차모드는 각각 25~29 Hz 및 29~33 Hz에 위치하는 것으로 가정하였다. 그리고 4차 및 5차 모드는 각각 44~48 Hz 및 53~55 Hz에 위치하는 것으로 가정하였다. 상기 5개 모드에 대하여 각각의 디지털 밴드 패스가 설계되었다. 인밴드(in band)의 리플(ripple)이 가장 적은 버터워스 필터(Butterworth Filter) 3차를 사용하였다. 각각의 모드별로 분류된 단자유도 자유진동 응답신호를 식 (1)에 대입하여 에너지 상관관계행렬을 합성하고, 식 (2)와 같이 특이치 분해를 통하여 각각의 모드형상을 추출하였다.

Fig. 6및 Table 1은 추출된 모드형상을 보여준다. 추출된 모드형상은 연속체 보의 캔틸레버 모드형상 및 전단 빌딩 모델의 모드형상과 매우 유사하다. 그러나, 차이점은 1차모드는 하나인데, 2차모드와 3차모드가 근접해 있고 근접된 두 개의 모드형상이 매우 비슷하다. 4차모드와 5차모드에서도 동일한 현상이 관찰 된다. 1차모드의 형상을 살펴보면, 석탑 내부에 적심석이 있는 곳까지는 변형이 상대적으로 적고, 단순 마찰지지인 경우는 선형적 변형의 증가가 보인다.

석탑의 근접 모드 발생은 석탑 마찰면의 비선형 거동 특성 때문인 것으로 보인다. 각 층별 질량은 동적 거동시에 변화 없이 일정하다. 모드형상이

Table 1. Identified Modes

Height (m)	No. of modes				
	1	2	3	4	5
0.4325	-0.0056	0.1014	0.1047	-0.0823	-0.0786
0.7900	-0.0300	0.3722	0.4304	-0.1541	-0.1324
0.8900	-0.0420	0.4350	0.4896	-0.1445	-0.1015
0.9720	-0.1058	0.4101	0.4765	-0.0120	0.0520
1.0750	-0.1880	0.3033	0.3952	0.1865	0.2604
1.1595	-0.2573	0.2154	0.3028	0.3183	0.3988
1.2550	-0.3470	0.0857	0.1991	0.4464	0.5697
1.3325	-0.4115	-0.0470	0.0815	0.4346	0.5116
1.4201	-0.4998	-0.2676	-0.0750	0.0274	0.2779
1.5025	-0.5874	-0.5237	-0.1930	-0.6507	-0.2701

유사한데 주파수가 근접해서 발생 했다는 것은, 마찰면 돌기의 강성이 두 개로 이루어 졌다는 것으로 유추 된다. 일반적으로 사용되는 Coulomb 마찰모델은 마찰력이 속도에 따라서 변동되고 감쇠비의 비선형성이 관찰된다. 그러나 본 실험 결과는 마찰력이 처짐에 따라서 변동되는 것으로 보인다. 이에 대한 합리적인 설명은 스틱-슬립 마찰(stick-slip friction) 모델이다[13,14]. 스틱-슬립 모델은 마찰력이 취성재료의 응력-변형률 관계처럼 처짐과 히스테리시스(hysteresis)관계를 보여준다. 예를 들면, 솔(brush)로 마찰면을 닦는 경우를 생각해보자. 초기에 솔모(fiber)는 정지상태에 놓여 있다. 솔을 미는 수평력이 증가함에 따라서 솔모는 탄성변형을 시작한다. 이때, 마찰면과 닿는 솔모의 하부 끝단은 마찰면과 붙어있고 솔모 상부만 변형한다. 이러한 상태를 스틱션(sticktion) 상태라 한다. 솔을 미는 수평력이 점점 증가하여 어떤 임계치에 도달하면, 솔모의 하부 끝은 밀리기 시작하는데, 이때의 상태를 슬라이딩(sliding) 상태라 할 수 있다. 스틱션 상태의 전단강성과 슬리핑 상태의 강성이 상이하고 히스테리시스 루프를 따른다. 석탑 마찰면의 돌기를 솔모로 본다면 근접모드 현상이 설명될 수 있다.

마찰 관련 연구[15,16]을 살펴 보면 스틱-슬립 모델의 경우에 마찰면의 불규칙성 및 스틱션 모드와 슬립핑 모드의 반복성 때문에 자가가진 시스템

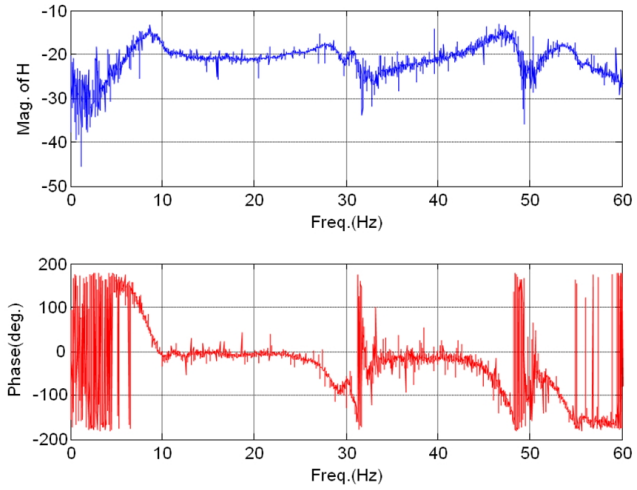

Fig. 7. Transfer Function of Acceleration on the 5th Floor Roof Stone

(self-excited system)이라고 보고 되고 있다. 마찰면 자가가진의 경우에 근접모드 중에 하나는 가진모드이고 다른 하나는 고유모드가 된다. 가진모드와 고유모드를 구별할 수 있는 명확한 방법은 아직까지 보고된 바 없다.

Fig. 7은 5층 옥개석 가속도의 전달함수(transfer function)이다. 고유진동수의 경우에 위상차가 180도 난다. 1차 모드 근처에서 180도의 위상차가 확인이 된다. 2차 및 3차의 근접모드의 경우에는 2차모드 및 3차모드에 걸쳐서 180도 위상차이가 관찰된다. 4차와 5차모드의 경우에는 각각 180도의 위상차가 보인다. 그러므로 Fig. 5에 보이는 5개의 모드들은 모두 시스템의 모드로 판단된다.

3.4 고유진동수와 감쇠비

추출된 석탑의 모드형상 5개에 대하여, 상응하는 고유진동수와 점성 감쇠비를 추출하였다. 여기서, 점성 감쇠는 앞서 언급한 석탑 시스템의 특성상 맞지 않는 것으로 판단한다. 그러나 아직까지 석탑의 마찰면 특성을 고려한 동적 수치 모델이 보고 된 바 없고, 점성 감쇠 수치 모델의 적합성을 개략적으로 추론하기 위하여 저차모드 5개에 대하여 고유진동수와 점성 감쇠비를 추출 하였다.

각각의 모드별 고유진동수 및 감쇠비를 추출하기 위해서는 각각의 모드를 대표하는 상호상관 신호를 식(3)을 이용하여 산출하여야 한다. 다음은 민감도 기반 시스템인식 기법을 적용[12]하여 고유진동수와 감쇠비를 추출한다. Fig. 8은 시스템인식 기법을 적용했을 때 1차 모드의 고유진동수와 감쇠비가 수렴되는 과정을 보여준다. 6회의 반복 계산으로 특정 수치에 수렴된 것으로 보인다. Fig. 9는 시스템인식 기법으로 1차모드에 대하여 최종적으로 인식된 변수를 식(4)에 대입한 결과와 계측된 값을 비교한다. 추정된 결과값이 계측치와 잘 일치하고 있다. Table 2는 모든 모드에 대하여 시스템인식 기법을 적용한 결과 값을 보여준다. 1차모드는 일반적인 점성 감쇠로 모델하여도 무리가 없어 보이나, 2차모드 이상의 추정 감쇠비는 매우 낮아서 점성 감쇠 수치 모델이 부적합한 것으로 판단된다.

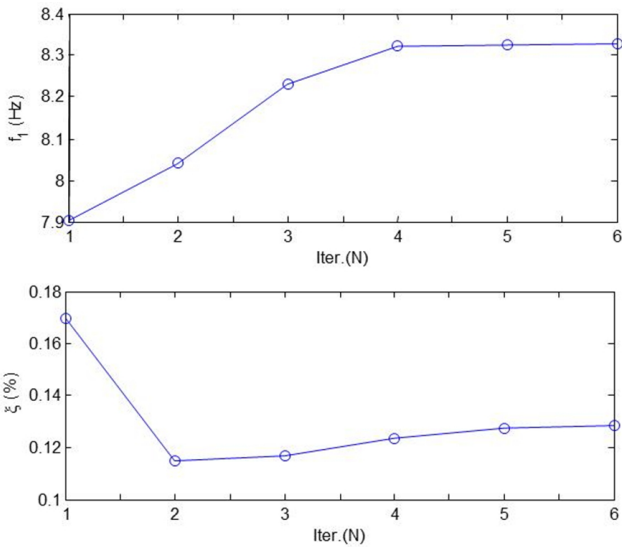

Fig. 8. Convergence Diagram for the 1st Mode Identification

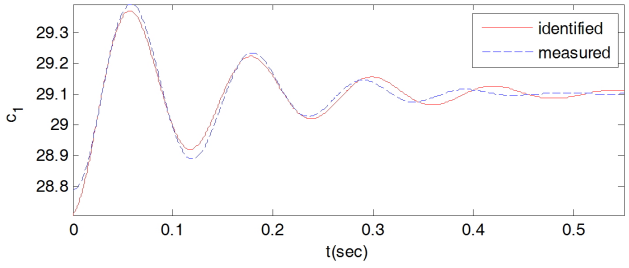

Fig. 9. Comparison between Identified and measured coordinates of the first mode

Table 2. Extracted Natural Frequency and Damping Ratio

	No. of Modes				
	1	2	3	4	5
Frequency(Hz)	8.3278	28.1476	30.9105	46.8110	53.9740
Damping Ratio(%)	0.1281	0.0292	0.0341	0.0211	0.0118

4. 요약과 결론

TDD 기법을 이용하여 적층식 석탑의 동특성을 추출하였다. 실험 결과로부터 최소 다음 세 가지 결론에 이른다.

첫째, 적층식 석탑의 층간 마찰면에서 전단파의 응답 시간 지연이 발생한다. 옥개석과 옥신 사이의 마찰면에서 전단파가 돌기의 접촉 면적을 통과해서 진행 되기 때문에 병목현상이 발생되는 것으로 판단 된다. 전단파 응답 시간의 지연은 석탑 시스템의 고유주파수에는 영향을 미치지 않지만, 시스템의 위상차에는 영향을 미친다. 또한, 캔틸레버 보 모델 또는 전단 빌딩 모델과 같은 기존의 해석 모델들은 이러한 응답 시간지연 현상을 묘사할 수 없다.

둘째, 적층식 석탑의 동적 거동에는 근접 모드가 발생한다. 석탑의 고해상도 모드형상을 확인해보니, 캔틸레버 보의 거동 또는 전단 빌딩의 모드형

상과 매우 유사하다. 그러나 고유진동수 근처에서 이중모드가 발견되었다. 마찰면 돌기에서 발생되는 스틱-슬립 현상으로 유추된다.

셋째, 켄틸레버 보 또는 전단 빌딩과 같은 기존의 석탑 해석 모델들은, 마찰면 특성에 따른 거동 양상을 잘 반영하지 못한다. 그러므로 향후 스틱-슬립 마찰 모델을 반영한 적층식 석탑의 수치 모델 개발이 필요하다.

/ 감사의 글 /

본 연구는 미래창조과학부 및 정보통신기술진흥센터의 정보통신·방송 연구개발사업의 일환으로 수행하였음[10045088, 지진 재해 대비 건물 진동 모니터링 시스템의 개발].

/ REFERENCES /

1. Lee S, Park H, Kim S, Lee S. Change of Dynamic Characteristics of Stone Masonry Structures According to Number of Layers of Granite Brick. Journal of Architectural Institute of Korea. 2001;17(6):3–10.
2. Park Y, Back Y, Kwon G, Lee S, Lee S. A experimental study on natural frequency of ancient stone arch bridge. Proceedings of the Architectural Institute of Korea Conference. 2000;20(1):35–38.
3. Lee JH, Park HK, Lee SM, Lee SG. A Experimental Study on Natural Frequency of Ancient Castle Wall. Proceedings of the Architectural Institute of Korea Conference. 1999;19(2):625–630.
4. Lee SM, Lee KH, Park SW, Suh MC, Lee CH. Computational Modelling Method by Using the Natural Frequencies of Five-Story Pagoda in Chongnimsa Site. Journal of the Korean Association for Spatial Structures. 2008;8(5):67–74.
5. Lee SM, Son HW, Lee SG. Stiffness and Natural Frequency of Stone Masonry Pagoda. Journal of the Korea Institute for Structural Maintenance Inspection. 2004;8(3):263–270.
6. Kim DM, Hong SI, Shin HB. Structural Behavior of Masonry Stone Pagoda under the Lateral Load according to Internal Jeoksim Type. Proceedings of the Architectural Institute of Korea Conference. 2011;31(2):67–68.
7. Kim JK, Ryu H. Seismic test of a full-scale model of a five-storey stone pagoda. Earthquake Engng Struct. Dyn. 2003;32:731–750.
8. Kim BH, Park T, Stubbs N. A New Method to Extract Modal Parameters Using Output-Only Responses. Journal of Sound and Vibration. 2005;282:215–230.
9. Juang JN. Applied System Identification. Prentice-Hall. Englewood Cliffs, NJ. c1994.
10. Brinker R, Zhang L, Anderson P. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. Smart Materials and Structures. 2001;10:441–445.
11. Farrar CR James IIIGH. System Identification from Ambient Vibration Measurements on Bridge. Journal of Sound and Vibration. 1997;205:1–18.
12. Kim BH, Lee J, Lee DH. Extracting modal parameters of high-speed railway bridge using the TDD technique. Mechanical Systems and Signal Processing. 2010;24:707–720.
13. El-Raheb M. Dynamics of a gravity stonewall. International journal of Solid and Structures. 2010;47:1196–1208.
14. Dahl P, A Solid friction model, Report No. TOR-0158(3107-18)-1, The Aerospace Corp., El-Segundo, Calif. c1968.
15. Bengisu MT, Akay A. Stick-slip oscillations: Dynamics of friction and surface roughness. J. Acoust. Soc. Am. 1999;105(1):194–205.
16. Hinrichs N, Oestreich M, Popp K. Dynamics of Oscillators with Impact and Friction Chaos, solutions & Fractals. 1997;8(4):535–558.